SYLABUS

DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2022 - 2024
Rok akademicki 2022/2023, 2023/2024

1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

Nazwa przedmiotu	Analiza funkcjonalna i teoria operatorów
Kod przedmiotu*	
Nazwa jednostki prowadzącej kierunek	Kolegium Nauk Przyrodniczych
Nazwa jednostki realizującej przedmiot	Kolegium Nauk Przyrodniczych Instytut Matematyki
Kierunek studiów	Matematyka
Poziom studiów	studia II stopnia
Profil	ogólnoakademicki
Forma studiów	stacjonarne
Rok i semestr studiów	rok I, semestr 2; rok II, semestr 3
Rodzaj przedmiotu	kierunkowy
Język wykładowy	polski
Koordynator	prof. dr hab. Ołeh Łopuszański
Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących	prof. dr hab. Ołeh Łopuszański, dr Marek Żołdak

* -*opcjonalnie*, *zgodnie z ustaleniami w Jednostce*

1.1.Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS

Semestr (nr)	Wykł.	Ćw.	Konw.	Lab.	Sem.	ZP	Prakt.	Inne (jakie?)	**Liczba pkt. ECTS**
2	30	30							6
3	30	15							6

1.2. Sposób realizacji zajęć

☒ zajęcia w formie tradycyjnej
☒ zajęcia realizowane z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku) (egzamin, zaliczenie z oceną, zaliczenie bez oceny)

Ćwiczenia audytoryjne - zaliczenie na ocenę,
Wykład – po sem. 2 – zaliczenie, po sem. 3 – egzamin.

2.WYMAGANIA WSTĘPNE

Podstawowa wiedza z zakresu analizy matematycznej, wstępu do logiki i teorii mnogości , algebry liniowej oraz topologii.

3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ , TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

3.1 Cele przedmiotu

C1	Przedstawienie i przyswojenie przez studentów zagadnień dotyczących: teorii przestrzeni Banacha i Hilberta; przestrzeni dualnych; teorii operatorów liniowych ciągłych nad przestrzeniami Banacha i Hilberta.
C2	Wyposażenie studentów w niezbędne narzędzia do dalszego kształcenia matematycznego w zakresie algebry i topologii.
C3	Wyposażenie studentów w niezbędne narzędzia do dalszego kształcenia matematycznego w zakresie teorii miary i całek Lebesgue'a.

3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

EK (efekt uczenia się)	Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu	Odniesienie do efektów kierunkowych [1]
EK_01	Student ma pogłębioną wiedzę z zakresu analizy funkcjonalnej i teorii operatorów, zna jej główne twierdzenia i umie tę wiedzę umiejscowić w rozwoju matematyki	K_W01
EK_02	Student zna podstawowe metody dowodzenia właściwe dla analizy funkcjonalnej i teorii operatorów	K_W02
EK_03	Student ugruntowuje rolę i znaczenie rozumowań matematycznych, zna formalną strukturę analizy funkcjonalnej i teorii operatorów	K_W02
EK_04	Student potrafi konstruować rozumowania matematyczne z zakresu analizy funkcjonalnej i teorii operatorów dowodzić twierdzenia i obalać hipotezy poprzez odpowiednie konstrukcje i dobór kontrprzykładów, potrafi sprawdzać poprawność wnioskowań	K_U02; K_U03
EK_05	Student stosuje pojęcia i własności przestrzeni Banacha i w zagadnieniach teoretycznych i praktycznych	K_U01; K_U04
EK_06	Student jest gotów do formułowania pytań dotyczących analizy funkcjonalnej i teorii operatorów, rozumie potrzebę ustawicznego samokształcenia	K_K01

[1] W przypadku ścieżki kształcenia prowadzącej do uzyskania kwalifikacji nauczycielskich uwzględnić również efekty uczenia się ze standardów kształcenia przygotowującego do wykonywania zawodu nauczyciela.

3.3 Treści programowe

A. Problematyka wykładu

Treści merytoryczne
Przestrzenie Banacha: normy i zbiory wypukłe; przestrzenie unormowane i unitarne; szeregi w przestrzeniach Banacha; norma operatorów liniowych; izomorfizmy; norma przestrzeni ilorazowej; przykłady klasycznych przestrzeni Banacha – ciągowych i funkcyjnych a także operatorowych. Dualność w przestrzeniach Banacha. Twierdzenie Hahna-Banacha. Przestrzenie dualne do unormowanych. Przestrzenie bi-dualne i zupełność. Podstawowe przykłady przestrzeni dualnych – ciągowych, funkcyjnych i operatorowych. Przestrzenie lokalnie wypukłe: topologie lokalnie wypukłe; przykłady klasycznych przestrzeni lokalnie wypukłych; twierdzenie Mazura o oddzielaniu wypukłych zbiorów; Słabe topologie w przestrzeniach Banacha; twierdzenie Banach-Alaoglu. Przestrzenie Hilberta: twierdzenie o najlepszej aproksymacji; twierdzenie o rzucie ortogonalnym; twierdzenia Riesza o postaci funkcjonałów liniowych; Bazy ortogonalne; trygonometryczne szeregi Fouriera; operatory liniowe w przestrzeniach Hilberta. Twierdzenia o jednostajnej ograniczoności i odwzorowaniu otwartym: twierdzenie Baire o kategoriach; twierdzenie Banacha-Steihausa; twierdzenie o operatorze odwrotnym i odwzorowaniu otwartym; twierdzenie o wykresie domkniętym; Sumy proste i operatory rzutowania; Bazy w przestrzeniach Banacha: bazy Riesza i Hamela. Geometria przestrzeni Banacha: ścisłe i jednostajnie wypukłe kule; Twierdzenie Kreina-Milmana. Algebry Banacha i widmo: resolwenta i widmo operatora; ideały w przestrzeniach Banacha. Operatory liniowe zwarte: elementy teorii Riesza-Shaudera; alternatywa Fredholma. Teoria spektralna operatorów: twierdzenie spektralne Hilberta-Schmidta; twierdzenie spektralne i C*-algebry. Przestrzenia lokalnie wypukłe: Lokalnie wypukłe przestrzenie funkcji uogólnionych; Działania nad funkcjami uogólnionymi. Różniczkowanie na przestrzeniach Banacha: pochodne Gateaux i Frechet; operator różniczkowania; pochodne wyższych rzędów; twierdzenie Taylora na przestrzeniach Banacha.

B. Problematyka ćwiczeń audytoryjnych

Treści merytoryczne
Repetytorium z algebry topologii i teorii miary i całki Lebesque'a. Przestrzenie wektorowe unormowane - zadania.

Przestrzenie wektorowe unitarne - zadania. Przestrzenie wektorowe i algebry operatorów liniowych - zadania. Dualne przestrzenie unormowane – zadania. Ciągłość i ograniczoność liniowych operatorów i funkcjonałów – zadania. Przykłady przestrzeni ciągowych, funkcyjnych i operatorowych – zadania. Bazy ortogonalne i szeregi w przestrzeniach Hilberta – zadania. Zastosowanie klasycznych twierdzenie analizy funkcjonalnej: Hahna-Banacha, Banacha-Steinhausa i Banacha o operatorach – zadania. Przykłady funkcji uogólnionych ich pochodne – zadania. Elementy teorii różniczkowania na przestrzeniach Banacha – zadania. Przykłady zastosowań teorii spektralnej operatorów – zadania. Sprawdzenie nabytych wiadomości i umiejętności – kolokwium.

3.4 Metody dydaktyczne

Wykład: wykład problemowy.

Ćwiczenia: wyjaśnianie, komentowanie i interpretacja zagadnień przedstawionych na wykładzie, rozwiązywanie zadań, omawianie przykładów i kontrprzykładów, dyskusja.

4. METODY I KRYTERIA OCENY

4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć)	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, …)
EK_01	obserwacja w trakcie zajęć, egzamin	w.
EK_02	obserwacja w trakcie zajęć, egzamin	w.
EK_03	obserwacja w trakcie zajęć, egzamin	w.
EK_04	kolokwium, referat	ćw.
EK_05	kolokwium, referat	ćw.
EK_06	obserwacja w trakcie zajęć, egzamin	w., ćw.

4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

Zaliczenie ćwiczeń na podstawie kolokwiów, referatów i aktywności na zajęciach. Warunkiem uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest zdobycie co najmniej 50% punktów z każdego kolokwium. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali: • poniżej 50% pkt. – brak zaliczenia, • [50 – 60%) pkt. – dostateczny, • [60 – 70%) pkt. – plus dostateczny, • [70 – 80%) pkt. – dobry, • [80 – 90%) pkt. – plus dobry, • [90– 100%] pkt. – bardzo dobry. Aktywność na ćwiczeniach może podnieść ocenę co najwyżej o pół stopnia. Egzamin: Egzamin w formie pisemnej. Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń. Warunkiem zdania egzaminu jest uzyskanie z niego co najmniej 50% punktów. Ocena końcowa jest wówczas ustalana według skali: • poniżej 50% pkt. – niedostateczny, • [50 – 60%) pkt. – dostateczny, • [60 – 70%) pkt. – plus dostateczny, • [70 – 80%) pkt. – dobry, • [80 – 90%) pkt. – plus dobry, • [90 – 100%] pkt. – bardzo dobry. W przypadkach wątpliwych decyduje rozmowa ze studentem.

5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

Forma aktywności	**Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności**
Godziny kontaktowe wynikające z harmonogramu studiów	105
Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)	15
Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, napisanie referatu itp.)	180
SUMA GODZIN	300
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS	12

** Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.*

6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

wymiar godzinowy	nie dotyczy
zasady i formy odbywania praktyk	nie dotyczy

7. LITERATURA

Literatura podstawowa: [1] S. Banach, Theorie des operations lineaires, Warszawa, Monografje Matematyczne 1932; Theory of Linear Operations, North Holland, Amsterdam 1987. [2] J. Musielak, Wstęp do analizy funkcjonalnej, wyd II, PWN, Warszawa [3] W. Rudin, Analiza funkcjonalna, wyd. I, PWN, Warszawa 2002 [4] W. Rudin, Analiza rzeczywista i zespolona, Wydawnictwa Naukowe PWN, Warszawa 2009. [5] A. Alexiewicz, Analiza funkcjonalna, PWN, Warszawa, 1969 [6] W. Mlak, Wstęp do teorii przestrzeni Hilberta, PWN, Warszawa, 1987 [7] W. Żelazko, Algebry Banacha, PWN, Warszawa 1968.
Literatura uzupełniająca: 1. S. PRUS, A. STACHURA: ANALIZA FUNKCJONALNA W ZADANIACH. 2. J. RUSINEK: ZADANIA Z ANALIZY FUNKCJONALNEJ. WYDAWNICTWO UKSW 2006. 3. W. KOŁODZIEJ: WYBRANE ROZDZIAŁY ANALIZY MATEMATYCZNEJ 4. J. GÓRNIAK, T. PYTLIK, ANALIZA FUNKCJONALNA W ZADANIACH. POLITECHNIKA WROCŁAWSKA, 1992. 5. K. RUDOL, M. MALEJKI, ANALIZA FUNKCJONALNA. KURS PODSTAWOWY, UWND AGH 2001.

Akceptacja Kierownika Jednostki lub osoby upoważnionej