

**SYLABUS**  
**DOTYCZY CYKLU KSZTAŁCENIA 2020-2024**  
Rok akademicki 2020/2021

**1. PODSTAWOWE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE**

Nazwa przedmiotu	<i>matematyka dyskretna</i>
Kod przedmiotu*	
Nazwa jednostki prowadzącej kierunek	<i>Instytut Informatyki, Kolegium Nauk Przyrodniczych</i>
Nazwa jednostki realizującej przedmiot	<i>Instytut Matematyki, Kolegium Nauk Przyrodniczych</i>
Kierunek studiów	<i>informatyka</i>
Poziom studiów	<i>studia I stopnia</i>
Profil	<i>ogólnoakademicki</i>
Forma studiów	<i>stacjonarne</i>
Rok i semestr/y studiów	<i>rok I, semestr 2</i>
Rodzaj przedmiotu	<i>przedmiot kierunkowy</i>
Język wykładowy	<i>język polski / język angielski</i>
Koordinator	<i>dr hab. Stanisława Kanas, prof. UR</i>
Imię i nazwisko osoby prowadzącej / osób prowadzących	<i>dr hab. Stanisława Kanas, prof. UR, dr Edyta Trybucka</i>

\* -opcjonalnie, zgodnie z ustaleniami w Jednostce

**1.1. Formy zajęć dydaktycznych, wymiar godzin i punktów ECTS**

Semestr (nr)	Wykł.	Ćw.	Konw.	Lab.	Sem.	ZP	Prakt.	Inne (jakie?)	Liczba pkt. ECTS
2	30	30							5

**1.2. Sposób realizacji zajęć**

Zajęcia realizowane częściowo w formie tradycyjnej a częściowo z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość

**1.3 Forma zaliczenia przedmiotu (z toku)**

egzamin

**2. WYMAGANIA WSTĘPNE**

Swobodne operowanie pojęciami i narzędziami matematycznymi wprowadzonymi na przedmiotach analiza matematyczna I, algebra liniowa z geometrią, elementy logiki i teorii mnogości
---

### 3. CELE, EFEKTY UCZENIA SIĘ, TREŚCI PROGRAMOWE I STOSOWANE METODY DYDAKTYCZNE

#### 3.1 Cele przedmiotu

C <sub>1</sub>	Zapoznanie z podstawowymi pojęciami dotyczącymi indukcji i równań rekurencyjnych. Poznanie metod rozwiązywania równań rekurencyjnych i metod dowodzenia przy pomocy indukcji matematycznej.
C <sub>2</sub>	Zapoznanie z podstawowymi metodami zliczania zbiorów i funkcji. Stosowanie poznanych narzędzi i wzorów zliczania.
C <sub>3</sub>	Poznanie elementów teorii liczb, arytmetyki modularnej, wykonywanie obliczeń modulo. Zastosowania w rozkładzie na czynniki pierwsze, testach pierwszości i szyfrowaniu.
C <sub>4</sub>	Poznanie podstaw kombinatoryki i zliczania zbiorów i funkcji. Zastosowania.
C <sub>5</sub>	Poznanie podstaw teorii grafów oraz ich zastosowań.

#### 3.2 Efekty uczenia się dla przedmiotu

EK (efekt uczenia się)	Treść efektu uczenia się zdefiniowanego dla przedmiotu	Odniesienie do efektów kierunkowych
EK_01	Student definiuje większość klasycznych pojęć i formułuje podstawowe twierdzenia z zakresu matematyki dyskretnej. Posiada wiedzę dotyczącą metod dowodowych stosowanych w matematyce dyskretnej, posiada wiedzę dotyczącą technik obliczeniowych stosowanych w matematyce dyskretnej i przydatnych w informatyce.	K_Wo1, K_Wo7
EK_02	Student stosuje indukcję matematyczną przy formalnym dowodzeniu różnych własności (twierdzeń) o strukturze równania lub nierówności. Jest przygotowany do jej użycia w zastosowaniach z zakresu algorytmiki i testowania oprogramowania.	K_Uo2, K_Uo5, K_Uo9, K_U10
EK_03	Student rozwiązuje równania rekurencyjne, stosuje podstawowe wzory i własności do zliczania zbiorów i funkcji, wykonuje obliczenia w arytmetyce modularnej, stosuje metody faktoryzacji i testy pierwszości, tworzy szyfry, rozpoznaje grafy, tworzy minimalne drzewa rozpinające. Jest przygotowany do użycia tych narzędzi w zastosowaniach z zakresu algorytmiki i testowania oprogramowania.	K_Uo1, K_Uo9, K_U10

#### 3.3 Treści programowe

##### A. Problematyka wykładu

**Indukcja i rekurencja.** Silna i słaba zasada indukcji matematycznej, rekurencja, wieże Hanoi, równania rekurencyjne, iterowanie równań rekurencyjnych, drzewa rekursji, twierdzenie o rekurencji uniwersalnej

**Elementy teorii liczb.** Największy wspólny dzielnik, algorytm Euklidesa, rozszerzony algorytm Euklidesa, kongruencje, odwrotność multiplikatywna, małe twierdzenie Fermata, chińskie twierdzenie o resztach. Arytmetyka modularna, potęgowanie modularne.

**Kryptografia.** Wprowadzenie do kryptografii, szyfry z kluczem prywatnym i z kluczem publicznym, algorytm RSA – konstrukcja oraz podstawy teoretyczne.

**Przeliczanie.** Podstawowe prawa przeliczania, zbiory, równoliczność zbiorów, k-elementowe permutacje zbiorów, podzbiory, permutacje, właściwości symbolu Newtona, dwumian Newtona, trójkąt Pascala. Kombinacje, wariacje, współczynniki dwumianowe i wielomianowe.

**Wstęp do teorii grafów.** Podstawowe własności grafów, drzewa, minimalne drzewo rozpinające, grafy eulerowskie, grafy hermitowskie – problem komiwojażera, grafy planarne, kolorowanie wierzchołkowe i krawędziowe grafów, skojarzenia w grafach i grafach dwudzielnych, grafy skierowane, przepływy w grafach.

B. Problematyka ćwiczeń audytoryjnych, konwersatoryjnych, laboratoryjnych, zajęć praktycznych

**Indukcja i rekurencja.** Silna i słaba zasada indukcji matematycznej, rekurencja, wieże Hanoi, równania rekurencyjne, iterowanie równań rekurencyjnych, drzewa rekursji, twierdzenie o rekurencji uniwersalnej

**Elementy teorii liczb.** Największy wspólny dzielnik, algorytm Euklidesa, rozszerzony algorytm Euklidesa, kongruencje, odwrotność multiplikatywna, małe twierdzenie Fermata, chińskie twierdzenie o resztach. Arytmetyka modularna, potęgowanie modularne.

**Kryptografia.** Wprowadzenie do kryptografii, szyfry z kluczem prywatnym i z kluczem publicznym, algorytm RSA – konstrukcja oraz podstawy teoretyczne.

**Przeliczanie.** Podstawowe prawa przeliczania, zbiory, równoliczność zbiorów, k-elementowe permutacje zbiorów, podzbiory, permutacje, właściwości symbolu Newtona, dwumian Newtona, trójkąt Pascala. Kombinacje, wariacje, współczynniki dwumianowe i wielomianowe.

**Wstęp do teorii grafów.** Podstawowe własności grafów, drzewa, minimalne drzewo rozpinające, grafy eulerowskie, grafy hermitowskie – problem komiwojażera, grafy planarne, kolorowanie wierzchołkowe i krawędziowe grafów, skojarzenia w grafach i grafach dwudzielnych, grafy skierowane, przepływy w grafach.

### 3.4 Metody dydaktyczne

**Wykład:** wykład tradycyjny z elementami prezentacji multimedialnej (Część wykładów będzie prowadzona w j. angielskim).

**Ćwiczenia:** Analiza zadań problemowych z dyskusją, rozwiązywanie zadań (Część zestawów zadań przygotowanych dla studentów opracowana jest w j. angielskim).

#### 4. METODY I KRYTERIA OCENY

##### 4.1 Sposoby weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody oceny efektów uczenia się (np.: kolokwium, egzamin ustny, egzamin pisemny, projekt, sprawozdanie, obserwacja w trakcie zajęć)	Forma zajęć dydaktycznych (w, ćw, ...)
EK_01	Kolokwium, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_02	Kolokwium, egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia
EK_03	egzamin, obserwacja w trakcie zajęć	wykład, ćwiczenia

##### 4.2 Warunki zaliczenia przedmiotu (kryteria oceniania)

<p><u>Ćwiczenia:</u> zaliczenie na ocenę na podstawie 2 sprawdzianów pisemnych w semestrze oraz aktywności na zajęciach. Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie z ćwiczeń.</p> <p><u>Wykład:</u> egzamin</p> <p>Przedmiot: zaliczenie na ocenę na podstawie wyniku z egzaminu. Egzamin ustny w przypadkach wątpliwych.</p> <p><u>Kryteria oceny:</u> (udział procentowy z opanowaniu wiedzy / umiejętności, przy wymogu zaliczenia każdego efektu na 50% – ocena) 50 – 59% - dostateczny (3.0), 60 – 69% - plus dostateczny (3.5), 70 – 79% - dobry (4.0), 80 – 89% - plus dobry (4.5), 90 – 100% - bardzo dobry (5.0)</p> <p>Przypadki wątpliwe rozstrzygane są w rozmowie (egzaminie) ustnej przez prowadzącego przedmiot</p>
---

#### 5. CAŁKOWITY NAKŁAD PRACY STUDENTA POTRZEBNY DO OSIĄGNIĘCIA ZAŁOŻONYCH EFEKTÓW W GODZINACH ORAZ PUNKTACH ECTS

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny kontaktowe wynikające z harmonogramu studiów	60
Inne z udziałem nauczyciela akademickiego (udział w konsultacjach, egzaminie)	2
Godziny niekontaktowe – praca własna studenta (przygotowanie do zajęć, egzaminu, itp.)	63
SUMA GODZIN	125
<b>SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS</b>	<b>5</b>

\* Należy uwzględnić, że 1 pkt ECTS odpowiada 25-30 godzin całkowitego nakładu pracy studenta.

#### 6. PRAKTYKI ZAWODOWE W RAMACH PRZEDMIOTU

wymiar godzinowy	-
zasady i formy odbywania praktyk	-

## 7. LITERATURA

### LITERATURA PODSTAWOWA:

1. S. Kanas, *Matematyka dyskretna*, Oficyna Wydawnicza Uniwersytetu Rzeszowskiego, 2020.
2. V. Bryant, *Aspekty kombinatoryki*, WNT 1977.
3. R. L. Graham, D.E.Knuth, O.Patashnik, *Matematyka Konkretna*, PWN Warszawa 1996.
4. K. A. Ross, Ch. R. B. Wright, *Matematyka Dyskretna*, PWN Warszawa 1996.
5. K. H. Rosen, *Discrete mathematics and its applications (7th ed.)*, The McGraw-Hill Companies, Inc., 2011.
6. R. J. Wilson, *Wprowadzenie do teorii grafów*, PWN Warszawa 1985.
7. N. L. Biggs, *Discrete Mathematics*, Oxford University Press 1989.
8. J. Matousek, J. Nešetřil, *Invitation to discrete mathematics*, Oxford University Press 2008.
9. S. Kanas, Materiały własne (przekazywane studentom w formie drukowanej lub elektronicznej)

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:

1. N. L. Biggs, *Discrete Mathematics*, Oxford University Press 1989.
2. W. Lipski, *Kombinatoryka dla programistów*, WNT 2004.
3. B. Bollobas, *Modern Graph Theory*, Springer 1998.
4. Z. Pałka, A. Ruciński, *Wykłady z kombinatoryki*, WNT Warszawa 1998.
5. R. Diestel, *Graph Theory*, Springer 1997.
6. G. Polya, R.E.Tarjan, D.R.Woods, *Notes on Introductory Combinatorics*, Birkhauser 1983.
7. J. Riordan, *An Introduction to Combinatorial Analysis*, Princeton University Press 1978.